

## 一、選擇題 22 題(每題 4 分)

( )01、已知：如右圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。求證： $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。證明的過程有下列四個步驟：

(1)  $\overline{AC} = \overline{BD}$

(2)  $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle DAB = \angle CBA$

(3)  $\triangle ABD \cong \triangle BAC$  (ASA 全等性質)

(4)  $\because \angle 3 = \angle 4, \overline{AB} = \overline{AB}, \angle DAB = \angle CBA$

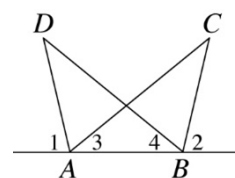
請問證明的順序應為下列何者？

(A) (2)  $\rightarrow$  (4)  $\rightarrow$  (3)  $\rightarrow$  (1)

(B) (4)  $\rightarrow$  (2)  $\rightarrow$  (1)  $\rightarrow$  (3)

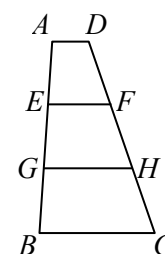
(C) (1)  $\rightarrow$  (3)  $\rightarrow$  (2)  $\rightarrow$  (4)

(D) (3)  $\rightarrow$  (4)  $\rightarrow$  (1)  $\rightarrow$  (2)



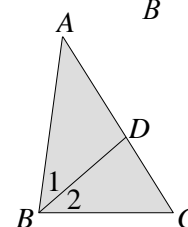
( )02、如右圖，梯形  $ABCD$  的高為 15 公分， $\overline{EF} = 5$  公分、 $\overline{GH} = 7$  公分，且  $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$ ， $E$ 、 $G$  三等分  $\overline{AB}$ ， $F$ 、 $H$  三等分  $\overline{CD}$ ，試求此梯形  $ABCD$  的面積為多少平方公分？

(A) 150 (B) 120 (C) 90 (D) 60



( )03、如右圖， $\triangle ABC$  中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則  $\triangle ABC$  的周長為何？

(A)  $\frac{112}{3}$  (B) 37 (C)  $\frac{110}{3}$  (D) 36



( )04、已知  $a$ 、 $b$  兩正整數，若  $a \times b$  為奇數，則下列哪一個判斷是正確的？

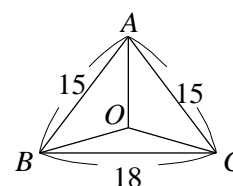
(A)  $a$ 、 $b$  都是偶數 (B)  $a$ 、 $b$  都是奇數 (C)  $a$  是偶數、 $b$  是奇數 (D)  $a$  是奇數、 $b$  是偶數

( )05、已知  $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，若  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則  $\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} = ?$

(A) 3 : 4 : 5 (B) 5 : 6 : 4 (C) 12 : 10 : 15 (D) 1 : 1 : 1

( )06、如右圖， $\triangle ABC$  中， $O$  點為其外心，且  $\overline{AB} = \overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 18$ ，求  $\triangle ABC$  外接圓半徑。

(A)  $\frac{75}{8}$  (B)  $\frac{75}{4}$  (C) 9 (D) 10



( )07、已知  $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle B = 27^\circ$ ，則  $\angle BOC$  為多少度？

(A)  $115^\circ$  (B)  $126^\circ$  (C)  $140^\circ$  (D)  $153^\circ$

( )08、直角坐標平面上， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點坐標分別為  $(7, 6)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(7, 1)$ ，若  $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，則  $O$  點的坐標為何？

(A)  $(3, \frac{7}{2})$  (B)  $(4, \frac{7}{2})$  (C)  $(3, 4)$  (D)  $(3, 3)$

( )09、已知正三角形  $ABC$  的邊長為 10，達達 在  $\triangle ABC$  的內部找到一點  $P$ ，使得  $P$  點到三頂點等距離，則  $\overline{AP}$  的長為多少？

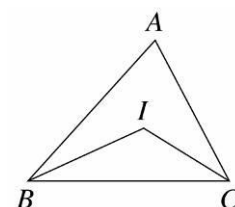
(A)  $5\sqrt{3}$  (B)  $\frac{5}{3}\sqrt{3}$  (C)  $\frac{5}{2}\sqrt{3}$  (D)  $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

( )10、 $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則  $\triangle AIB$ 、 $\triangle BIC$ 、 $\triangle AIC$  的面積比為何？

(A) 3 : 4 : 6 (B) 6 : 4 : 3 (C) 4 : 3 : 2 (D) 2 : 3 : 4

( )11、如右圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle A = 70^\circ$ ，則  $\angle BIC$  為多少度？

(A)  $110^\circ$  (B)  $125^\circ$  (C)  $140^\circ$  (D)  $145^\circ$



( )12、直角三角形兩股分別為 6、8，則其外接圓半徑與內切圓半徑之差為多少？

(A)5 (B)4 (C)3 (D)2

( )13、已知 $\triangle ABC$ 的面積為 96 平方公分，且三邊長分別為 30 公分、26 公分、8 公分，則內切圓半徑為多少公分？

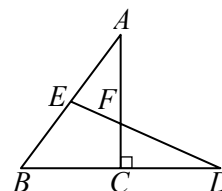
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

( )14、等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $G$ 點為 $\triangle ABC$ 的重心，若 $\overline{BG}=4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是多少？

(A) $18\sqrt{2}$  (B)36 (C)16 (D) $32\sqrt{2}$

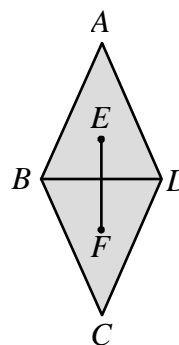
( )15、如右圖， $\overline{AC}$ 是 $\overline{BD}$ 的中垂線， $E$ 為 $\overline{AB}$ 中點，若 $\overline{BD}=6$ ， $\overline{AB}=5$ ，則四邊形 $BCFE$ 的面積是多少？

(A)4 (B)5 (C)6 (D)7



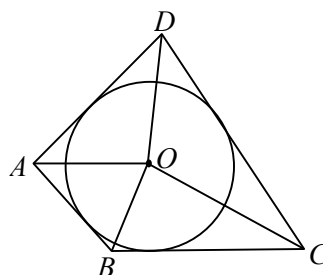
( )16、如右圖，菱形 $ABCD$ 中， $E$ 、 $F$ 兩點分別為 $\triangle ABD$ 及 $\triangle CBD$ 的重心，若 $\overline{EF}=6$ ， $\overline{BD}=8$ ，則菱形 $ABCD$ 的面積為多少？

(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 72



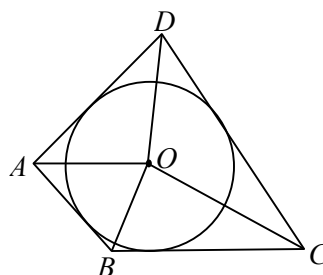
( )17、正六邊形 $ABCDEF$ 中， $\overline{AD}=12$ ，則其外接圓的半徑為多少？

(A) $3\sqrt{3}$  (B) $6\sqrt{3}$  (C)6 (D)12



( )18、如右圖，圓 $O$ 為四邊形 $ABCD$ 的內切圓。若 $\angle AOB=80^\circ$ ，則 $\angle COD=$ ？

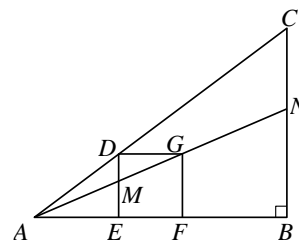
(A) $100^\circ$  (B) $110^\circ$  (C) $120^\circ$  (D) $130^\circ$



( )19、如右圖， $\triangle ABC$ 中有一正方形 $DEFG$ ，其中 $D$ 在 $\overline{AC}$ 上， $E$ 、 $F$ 在 $\overline{AB}$ 上，直線 $AG$ 分別交 $\overline{DE}$ 、 $\overline{BC}$ 於 $M$ 、 $N$

兩點。若 $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=3$ ， $\overline{EF}=1$ ，則 $\overline{BN}$ 的長度為何？

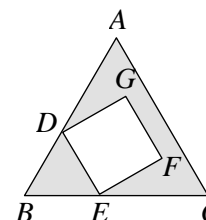
(A) $\frac{4}{3}$  (B) $\frac{3}{2}$  (C) $\frac{8}{5}$  (D) $\frac{12}{7}$



( )20、如右圖為正三角形 $ABC$ 與正方形 $DEFG$ 的重疊情形，其中 $D$ 、 $E$ 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{BD}=\overline{BE}$ 。

若 $\overline{AC}=18$ ， $\overline{GF}=6$ ，則 $F$ 點到 $\overline{AC}$ 的距離為何？

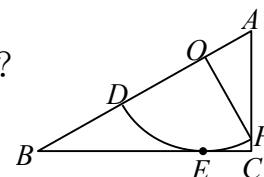
(A) 2 (B) 3 (C)  $12-4\sqrt{3}$  (D)  $6\sqrt{3}-6$



( )21、如右圖為扇形 $DOF$ 與直角 $\triangle ABC$ 的重疊情形，其中 $O$ 、 $D$ 、 $F$ 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\widehat{DF}$ 與 $\overline{BC}$ 相切

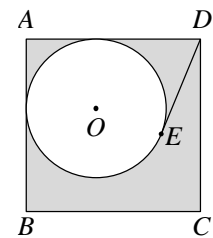
於 $E$ 點。若 $\overline{OF}=3$ ， $\angle DOF=\angle ACB=90^\circ$ ，且 $\widehat{DE}:\widehat{EF}=2:1$ ，則 $\overline{AB}$ 的長度為何？

(A) 6 (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $6+\sqrt{3}$  (D)  $3+2\sqrt{3}$



( )22、如右圖，圓  $O$  與正方形  $ABCD$  的兩邊  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$  相切，且  $\overline{DE}$  與圓  $O$  相切於  $E$  點。若圓  $O$  的半徑為 5，且  $\overline{AB} = 11$ ，則  $\overline{DE}$  的長度為何？

(A) 5      (B) 6      (C)  $\sqrt{30}$       (D)  $\frac{11}{2}$



二、非選擇題（每題 6 分）

1. 以下是「等腰三角形兩底角的角平分線段長相等」的性質證明，在空格處填入正確的答案。每格 1 分

已知：如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  分別是  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  的角平分線。

求證： $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。

證明：(1)  $\because \overline{BE}$  是  $\angle ABC$  的角平分線(已知)，

$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC$ ；

$\because \overline{CF}$  是  $\angle ACB$  的角平分線(已知)，

$\therefore \angle FCB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ；

又  $\angle ABC = \angle ACB$  ( $\overline{AB} = \overline{AC}$ )，

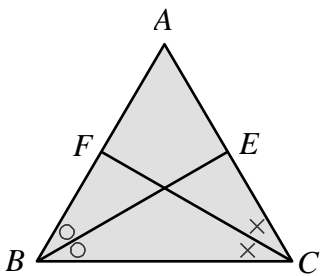
得  $\angle EBC$  \_\_\_\_\_  $\angle FCB$ 。

(2) 在  $\triangle EBC$  和  $\triangle FCB$  中，

$\therefore \begin{cases} \angle EBC = \text{_____} \\ \overline{BC} = \text{_____} \\ \angle ACB = \text{_____} \end{cases}$

$\therefore \triangle EBC \cong \text{_____}$  (\_\_\_\_\_ 全等性質)，

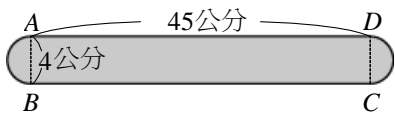
故  $\overline{BE} = \overline{CF}$  (對應邊相等)。



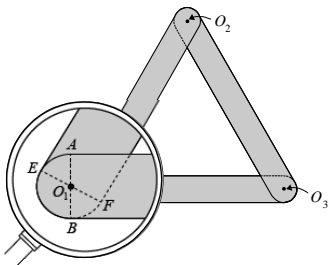
2. 預警三角標誌牌用於放置在車道上，告知後方來車前有停置車輛，如圖(一)所示。貝貝想製作類似此標誌的圖形，先使用反光材料設計一個物件，如圖(二)所示，其中四邊形  $ABCD$  為長方形， $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$  分別為以  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為直徑的半圓，且灰色部分為反光區域。接著，將三個圖(二)的物件以圖(三)的方式組合並固定，其中固定點  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  皆與半圓的圓心重合，且各半圓恰好與長方形的長邊相切，而在圖(三)左下方的局部放大圖中， $B$ 、 $E$  皆為切點， $\overline{AB}$ 、 $\overline{EF}$  皆為直徑。



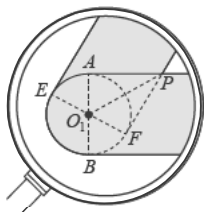
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖四

請根據上述資訊，回答下列問題：每小題 1 分，沒解題過程不給分。

圖(四)中求(1)劣弧所對  $\angle AOF$  的度數 = ? (2)  $\overline{AO}$  = ? (3)  $\overline{AP}$  = ? (4) 扇形  $OAEBF$  面積 = ? (5) 四邊形  $APFO$  面積 = ?

(6) 根據圖(三)的組合方式，求出可看見的反光區域面積為多少？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程。

二、非選擇題（每題 6 分）**答案卷請交回**

1. 以下是「等腰三角形兩底角的角平分線段長相等」的性質證明，在空格處填入正確的答案。每格 1 分

已知：如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  分別是  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  的角平分線。

求證： $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。

證明：(1)  $\because \overline{BE}$  是  $\angle ABC$  的角平分線(已知)，

$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC$ ;

$\because \overline{CF}$  是  $\angle ACB$  的角平分線(已知)，

$\therefore \angle FCB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ;

又  $\angle ABC = \angle ACB$  ( $\overline{AB} = \overline{AC}$ )，

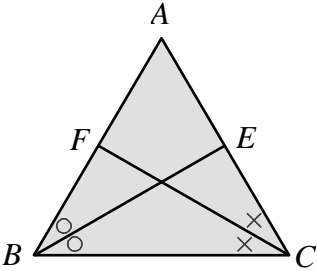
得  $\angle EBC$  \_\_\_\_\_  $\angle FCB$ 。

(2) 在  $\triangle EBC$  和  $\triangle FCB$  中，

$\because \begin{cases} \angle EBC = \text{_____} \\ \overline{BC} = \text{_____} \\ \angle ACB = \text{_____} \end{cases}$

$\therefore \triangle EBC \cong \text{_____}$  (\_\_\_\_\_ 全等性質)，

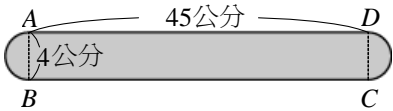
故  $\overline{BE} = \overline{CF}$  (對應邊相等)。



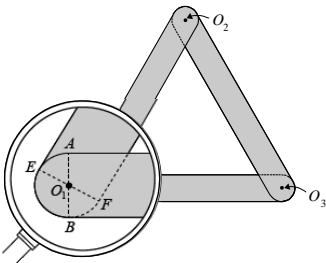
2. 預警三角標誌牌用於放置在車道上，告知後方來車前有停置車輛，如圖(一)所示。貝貝想製作類似此標誌的圖形，先使用反光材料設計一個物件，如圖(二)所示，其中四邊形  $ABCD$  為長方形， $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$  分別為以  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為直徑的半圓，且灰色部分為反光區域。接著，將三個圖(二)的物件以圖(三)的方式組合並固定，其中固定點  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  皆與半圓的圓心重合，且各半圓恰好與長方形的長邊相切，而在圖(三)左下方的局部放大圖中， $B$ 、 $E$  皆為切點， $\overline{AB}$ 、 $\overline{EF}$  皆為直徑。



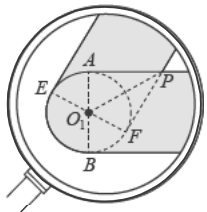
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖四

請根據上述資訊，回答下列問題：每小題 1 分，沒解題過程不給分。

- 圖(四)中求(1)劣弧所對  $\angle AOF$  的度數 = ? (2)  $\overline{AO}$  = ? (3)  $\overline{AP}$  = ? (4) 扇形  $OAEFB$  面積 = ? (5) 四邊形  $APFO$  面積 = ? (6) 根據圖(三)的組合方式，求出可看見的反光區域面積為多少？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程。